



# **TONS DE GEOMETRIA**

Prof. Wemerson Oliveira.

## MENSAGEM DO AUTOR

Sonhar é o que nos move, todos temos sonhos! Somos do tamanho dos nossos sonhos, alcançamos o que primeiramente sonhamos. Mas para que um sonho se torne realidade é preciso transformá-lo em projeto e cultivá-lo. A vida é justa, pois é o resultado de nossas ações. E quando mais plantamos, mais colhemos. E quando mais estudamos e batalhamos, mais temos “sorte”!

Convidamos você a transformar sonhos em projetos. Vamos planejar todas as ações daqui para frente, para você não ter que contar com o acaso. Que a sua conquista seja fruto de seu esforço. Mas que esse esforço seja estratégico. Estudar demais não é o SEGREDO, o SEGREDO é ter as estratégias corretas.

É saber quais os tipos de questões que mais aparecem no CEFET, **ENEM** e em outros vestibulares. É ter o material certo.

Você está recebendo um material exclusivo. Único. Elaborado e revisado por profissionais competentes.

Esse material foi testado por alunos desde 2015. Os que se dedicaram a fazê-lo com grande empenho conseguiram resultados excelentes.

Agora é com você! Bons estudos! Ao sucesso e além!

## SOBRE O AUTOR

Olá, tudo bem, sou Wemerson Carlos Oliveira. Tenho 45 anos. Uma esposa linda, há 15 anos e dois filhos, Alephy (11 anos) e Bryan (4 anos)

Sou graduado em Matemática pela Universidade Federal de Ouro Preto. Tenho diversos cursos de aperfeiçoamento

Comecei a lecionar com aulas particulares em 1997 e entrei em sala de aula a partir de 1999. Quando entrei em sala pela primeira vez senti que tinha apaixonado pela coisa certa: Ser professor de Matemática.

Nesses 25 anos tive a grata oportunidade de lecionar para mais de 2.000 alunos em escolas públicas, particulares e em como autônomo. Como é gratificante saber que fiz parte da história de tantas pessoas especiais. Tantas pessoas maravilhosas e com histórias de vida magníficas.

Em 2005, percebendo a necessidade de mudar a forma de ensinar comecei a pesquisar sobre o **ENEM** e Olimpíadas de Matemática. Debruicei-me sobre a estrutura das questões de Matemática e sobre as tendências de educação matemática para os dias de hoje.

A partir disso comecei a pesquisar e produzir material e estratégias de ensinar matemática contextualizada. Foi assim que produzi material de Matemática para o **ENEM**, Vestibulares, Concursos e Olimpíadas de Matemática.

Sou autor dos livros: Matemática no **ENEM**. Competências e habilidades; O Segredo da Matemática; Guia de Matemática para o **ENEM**, Os Exercícios Secretos do **ENEM** e Fazendo o Simples. Além de apostilas e demais materiais nas instituições que trabalhei.

Em um momento de minha carreira fui capacitado em um Programa de Educação na cidade de Mariana-MG. Com destaque em sua atuação, tornei-me Capacitador e Referência local desse Programa de Educação. Participei da formação de diversas turmas e participou de encontros em diversas cidades mineiras.

O destaque do meu trabalho está em acreditar na capacidade de todos os alunos, em buscar estratégias que facilitem a aprendizagem e de propiciar aos que encontra a capacidade de realizar sonhos.

Compartilho esse livro agora com você, no intuito de dar uma contribuição para sua formação. Eu não tenho aqui uma fórmula mágica, o resultado de tudo depende do esforço pessoal. Cada teoria, cada exercício e cada dica foram pensadas no melhor resultado possível para você. E que você, como eu, realize seus sonhos!

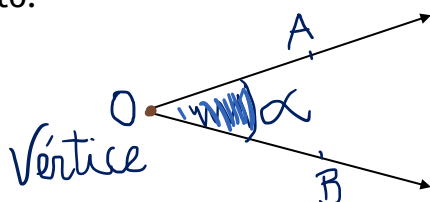
**“VOCÊ É DIFERENTE, FAÇA A DIFERENÇA!”**

# GEOMETRIA

- É a área da matemática que estuda as formas que não possuem volume. Triângulos, quadriláteros, retângulos, circunferências são alguns exemplos de figuras de geometria plana (polígonos).
- Em geometria plana, é importante saber calcular a área, o perímetro e o(s) lado(s) de uma figura a partir das relações entre os ângulos e as outras medidas da forma geométrica.

## 1. ÂNGULOS

Ângulo é o nome que dá à abertura formada por duas semirretas que partem de um mesmo ponto.



$\alpha \rightarrow \hat{\text{Ângulo}}$

**ÂNGULO COMPLETO:** Ângulo que completa uma volta de  $360^\circ$

**ÂNGULO RASO:** ângulo que corresponde à metade de uma volta e mede  $180^\circ$

**ÂNGULO RETO:** Ângulo que corresponde a  $\frac{1}{4}$  de uma volta e mede  $90^\circ$

**ÂNGULO AGUDO:** É aquele cuja medida é menor que a de um ângulo reto.

**ÂNGULO OBTUSO:** É aquele cuja medida é maior que a de um ângulo reto e menor que a de um raso.

**ÂNGULOS COMPLEMENTARES:** Dois ângulos são **complementares** quando a soma de suas medidas é  $90^\circ$ .

$$\text{Complemento} = (90^\circ - x)$$

**ÂNGULOS SUPLEMENTARES:** Dois ângulos são **suplementares** quando a soma de suas medidas é  $180^\circ$ .

$$\text{Suplemento} = (180^\circ - x)$$

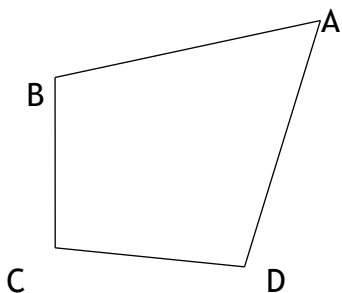
**ÂNGULOS OPOSTOS PELO VÉRTICE:** São aqueles cujos lados de um são semirretas opostas dos lados do outro.

Dois ângulos opostos pelo vértice têm medidas iguais, ou seja, são **congruentes**.

**BISSETRIZ DE UM ÂNGULO:** É uma semirreta de origem no vértice do ângulo que o divide em dois ângulos **congruentes**.

## 2. POLÍGONOS

QUANDO UMA FIGURA É FORMADA POR SEGMENTOS CONSECUTIVOS, NÃO COLINEARES, DOIS A DOIS, DIZEMOS QUE ESTAS FIGURAS SÃO POLÍGONOS.



A, B, C e D são os vértices do polígono.  
AB , BC , CD e DA são os lados do polígono.

Todo polígono que possui os lados e ângulos congruentes é denominado **polígono regular**.

## TRIÂNGULOS

**DEFINIÇÃO:** É o polígono que possui três lados.

**CLASSIFICAÇÃO:** Podemos classificar os triângulos quanto aos lados e aos ângulos.

### QUANTO AOS LADOS

**Equilátero:** os três lados são congruentes.

**Isósceles:** somente dois lados congruentes.

**Escaleno:** as medidas dos três lados são diferentes.

**Acutângulo:** os três ângulos são agudos (menor que  $90^\circ$ )

### QUANTO AOS ÂNGULOS

**Retângulo:** tem um ângulo reto ( $90^\circ$ )

**Obtusângulo:** tem um ângulo obtuso (maior que  $90^\circ$ ) dois agudos.

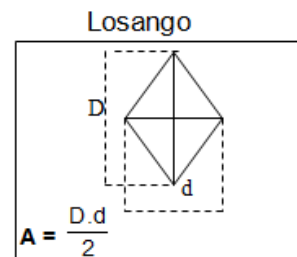
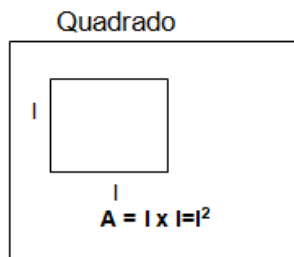
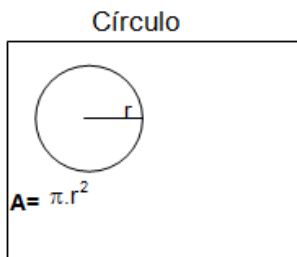
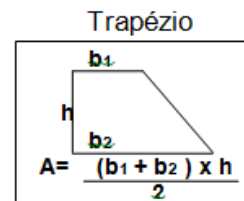
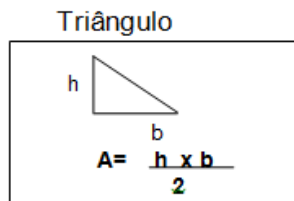
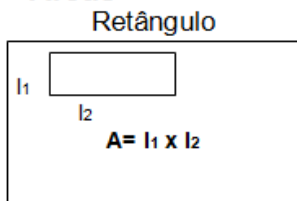
A soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a  $180^\circ$ .

## 3. PERÍMETRO

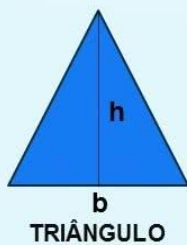
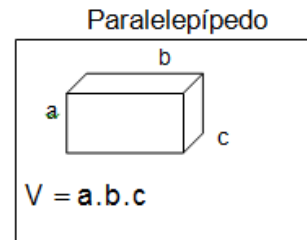
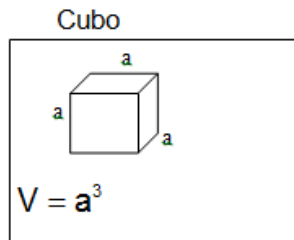
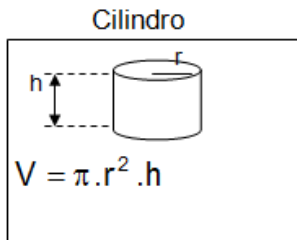
O perímetro é a soma de todos os lados da figura, ou seja, o comprimento do polígono.

## 4. ÁREAS E VOLUMES

### Áreas

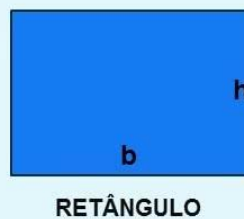


### Volumes



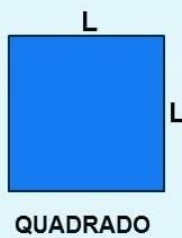
$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Sendo,  
A: área  
b: base  
h: altura



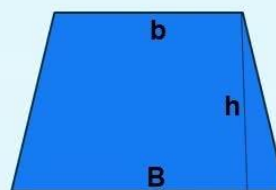
$$A = b \cdot h$$

Sendo,  
A: área  
b: base  
h: altura



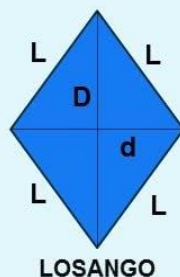
$$A = L^2$$

Sendo,  
A: área  
L: lado



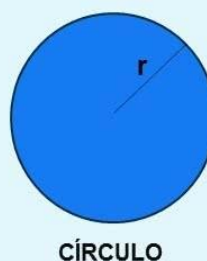
$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

Sendo,  
A: área  
B: base maior  
b: base menor  
h: altura



$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

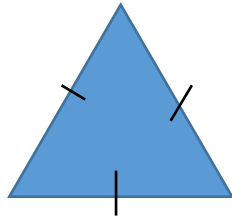
Sendo,  
A: área  
D: diagonal maior  
d: diagonal menor



$$A = \pi \cdot r^2$$

Sendo,  
A: área  
 $\pi$ : constante Pi (3,14)  
r: raio

## 5. TRIÂNGULO EQUILÁTERO.



Características:

Todos os lados de mesma medida;

Ângulos internos iguais ( $60^\circ$  cada)

$$\text{Altura } h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

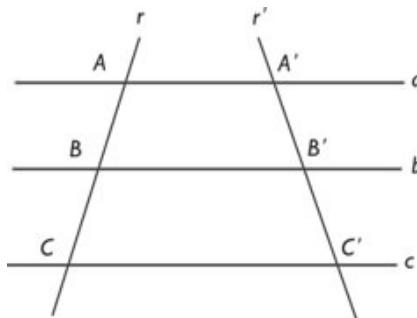
$$\text{Área } A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

## PARALELISMO E TRIGONOMETRIA

### 6. TEOREMA DE TALES

O Teorema de Tales foi estabelecido por Tales de Mileto, consiste em uma interseção entre duas retas paralelas e transversais que formam segmentos proporcionais.

$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$



Entender o Teorema de Tales é importante, mas o principal é aplicá-lo em situações que envolvem semelhança de triângulo.

### 7. SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

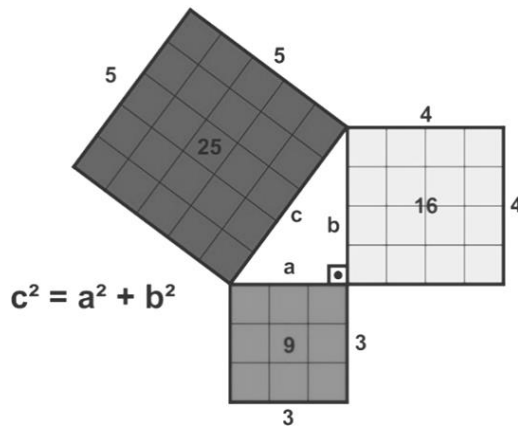
A semelhança de triângulos é a comparação entre lados proporcionais e ângulos congruentes de triângulos a fim de saber se eles são semelhantes.

Sendo semelhantes, seus lados homólogos são proporcionais.

Isso permite encontrar valores desconhecidos relacionando os lados, desses triângulos.

## 8. TEOREMA DE PITÁGORAS

O teorema de Pitágoras relaciona as medidas dos catetos de um triângulo retângulo à medida de sua hipotenusa. O Teorema de Pitágoras diz que: “a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.”



## 9. RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS (SENO, COSSENO E TANGENTE)

Relacionar lados e ângulos de um triângulo retângulo, esse é um campo de geometria que denominamos Trigonometria.

Bastante útil para encontrar valores de distâncias inacessíveis e outros.

O assunto é mais extenso e merece ser aprofundado, mas destacamos as principais relações trigonométricas a seguir:

**TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO**

Relações trigonométricas

$\cos\theta = \frac{CA}{H}$

$\text{sen}\theta = \frac{CO}{H}$

$\tan\theta = \frac{CO}{CA} = \frac{\text{sen}\theta}{\cos\theta}$

**ÂNGULOS NOTÁVEIS**






	0°	30°	45°	60°	90°
	0 rad	$\pi/6$ rad	$\pi/4$ rad	$\pi/3$ rad	$\pi/2$ rad
cos	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	0,5	0
sen	0	0,5	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
tan	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	-



Disponível em:

## GEOMETRIA ESPACIAL

### 10. VOLUMES

Volumes		
Cubo	$V=a^3$	
Cilindro	$V=\pi r^2 h$	
Pirâmide	$V=1/3.S_{base}.h$	
Esfera	$V=4/3\pi r^3$	
Cone	$V=\frac{\pi r^2 h}{3}$	

Disponível em <https://sendodireto.blogspot.com/>

A parte de geometria espacial avalia o seu conhecimento de Volumes e suas habilidades de resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma e utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Portanto é fundamental saber essas fórmulas e também saber aplicá-las ao desvendar os problemas propostos.

### 11. RETAS E ÂNGULOS ENTRE RETAS

No estudo de retas e na relação entre retas e ângulos devemos destacar que:

- Retas paralelas são retas que nunca se encontram. Tendo em vista que ângulo é a região formada pelo encontro de duas ou mais retas, temos que retas paralelas não formam ângulos.
- Retas perpendiculares são retas que se encontram em um único ponto e formam um ângulo de  $90^\circ$
- Retas coincidentes são retas que possuem diversos pontos em comum. O ângulo entre elas é nulo.

- Há situações de retas paralelas cortadas por uma ou mais retas transversais. Nesse caso são formados ângulos especiais, que estudaremos ao realizar as atividades.

## 12. APLICAÇÃO DO $\pi$ (PI) NÚMERO ÁREAS E VOLUMES

Em números irracionais você deve dar muita importância ao número  $\pi$ .

Para calcular o comprimento de uma circunferência verificou-se que um número se repetia para qualquer que fosse o seu raio, número que foi denominado  $\pi$ . Esse número é encontrado através da razão do comprimento pelo diâmetro da circunferência.

$$\pi = \frac{C}{d} \quad \text{ou ainda} \quad \pi = \frac{C}{2r}$$

onde  $C$  é o comprimento da circunferência,  $d$  o seu diâmetro e  $r$  o raio.

A constante  $\pi$  é de fundamental importância para a área de geometria e trigonometria.

Veja algumas aplicações:

Comprimento de uma circunferência:  $C = 2 \pi r$

Área de um círculo:  $A = \pi r^2$

Volume de um Cilindro:  $V = \pi r^2 h$

Volume de um cone:  $V = 1/3 \pi r^2 h$

## FÓRMULAS DE GEOMETRIA ESPACIAL

### 13. PRISMAS

$$A_{B_{\Delta}} = \frac{\ell^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$A_{L_{\Delta}} = 3\ell \cdot h$$

$$A_{B_{\square}} = \ell^2$$

$$A_{L_{\square}} = 4\ell \cdot h$$

$$A_{B_H} = 6 \cdot \frac{\ell^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$A_{L_H} = 6\ell \cdot h$$

$$A_T = A_L + 2 \cdot A_B$$

$$V = A_B \cdot h$$

### 14. PARALELEPÍPEDO

### CUBO

$$A_B = a \cdot b$$

$$A_F = \ell^2$$

$$A_T = 2ab + 2bc + 2ac$$

$$A_L = 4\ell^2$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$A_T = 6\ell^2$$

$$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$V = \ell^3$$

$$d_{face} = \ell\sqrt{2} \quad D_{cubo} = \ell\sqrt{3}$$

### 15. PIRÂMIDES

$$A_L = p \cdot ap$$

$$A_T = A_L + A_B$$

$$V = \frac{A_B \cdot h}{3}$$

## EXERCÍCIOS

- Dado um ângulo de medida  $x$ , indique:
  - seu complemento: \_\_\_\_\_
  - seu suplemento: \_\_\_\_\_
  - o dobro do seu complemento: \_\_\_\_\_
  - a metade do seu suplemento: \_\_\_\_\_
  - o triplo do seu suplemento: \_\_\_\_\_
- A adição entre o dobro de um ângulo e seu suplemento é  $260^\circ$ . Que ângulo é esse?  
A)  $100^\circ$       B)  $80^\circ$       C)  $160^\circ$       D)  $180^\circ$
- Qual é o valor do ângulo que, ao ser somado com o dobro de seu complemento, resulta em  $130^\circ$ ?  
A)  $20^\circ$       B)  $50^\circ$       C)  $60^\circ$       D)  $40^\circ$
- Com base nas informações sobre triângulos e quadriláteros, assinale V (verdadeiro) ou F (Falso) para as afirmações a seguir.  
  
(      ) Dois ângulos opostos em um paralelogramo são congruentes  
(      ) Um triângulo retângulo sempre possui ângulo obtuso  
(      ) A soma dos ângulos internos de um quadrilátero sempre é  $360^\circ$   
(      ) Um trapézio que possui lados não paralelos congruentes é chamado de isósceles.  
(      ) A figura que tem somente os lados congruentes é chamada de quadrado.
- Dois ângulos opostos de um paralelogramo medem  $(3x + 25^\circ)$  e  $(8x - 10^\circ)$ . Calcule as medidas dos ângulos desse paralelogramo.
- Sendo dois opostos pelo vértice, um vale  $48^\circ$  e o outro valor  $x + 24^\circ$
- Dois ângulos complementares, sendo que um vale  $x + 30^\circ$  e o outro  $2x$ .
- Dois ângulos colaterais, sendo um valendo  $x - 45^\circ$  e o outro  $80^\circ$ .
- A medida do complemento do ângulo de  $27^\circ 31'$  é \_\_\_\_\_
- A medida do suplemento do ângulo de  $128^\circ$  é \_\_\_\_\_

**11.** (UECE) Se as medidas, em graus, dos ângulos internos de um triângulo são, respectivamente,  $3x$ ,  $x + 15$  e  $75 - x$ , então esse triângulo é:

- A) Isósceles e não retângulo
- B) Retângulo e isósceles
- C) Escaleno
- D) Retângulo e isósceles

**12.** Qual o nome de um polígono regular em que cada ângulo interno mede  $60^\circ$

**13.** Coloque V(verdadeiro) ou F(falso) nas sentenças abaixo:

- A) ( ) Os ângulos de  $72^\circ$  e  $28^\circ$  são complementares.
- B) ( ) Ângulos suplementares somam  $90^\circ$ .
- C) ( ) A soma de dois ângulos complementares é  $90^\circ$ .
- D) ( ) Ângulos opostos pelo vértice são iguais.
- E) ( ) O ângulo de  $180^\circ$  também é chamado de reto.
- F) ( ) A bissetriz de um ângulo divide este ângulo em dois ângulos iguais.

**14.** Com base nas noções básicas de geometria plana, elabore um texto que contenha as palavras Ponto, Reta, Plano e Ângulo, relacionando-as.

**15.** A medida de um ângulo mais a metade da medida do seu complemento é igual a  $75^\circ$ . Quanto mede esse ângulo?

**16.** A medida do suplemento de um ângulo é igual ao triplo da medida do complemento desse mesmo ângulo. Quanto mede esse ângulo?

**17.** Qual a condição de existência dos triângulos?

**18.** Como os triângulos podem ser classificados?

**19.** Quanto vale a soma dos ângulos internos de um triângulo?

**20.** Coloque V(verdadeiro) ou F(falso) para as informações sobre os triângulos.

- A) ( ) Todo triângulo possui 2 diagonais.
- B) ( ) O triângulo isósceles possui dois lados iguais.
- C) ( ) A altura de um triângulo divide sempre o ângulo em partes iguais.
- D) ( ) A soma dos ângulos internos de um triângulo mede sempre  $180^\circ$ .
- E) ( ) O perímetro de um triângulo é o triplo do lado.

**21.** Triângulo isósceles, triângulo retângulo e triângulo equilátero são, respectivamente

- a) Triângulo com ângulo reto, dois lados de mesma medida e todos os lados de mesma medida.
- b) Triângulo com dois lados e dois ângulos de mesma medida, triângulo com ângulo reto e triângulo com todos os lados iguais.
- c) Triângulos com todos os lados iguais, triângulo com todos os lados diferentes e triângulo obtusângulo
- d) Triângulos com todos os lados iguais, triângulo com todos os lados diferentes e triângulo comum ângulo de  $90^\circ$
- e) Triângulo com dois lados e dois ângulos de mesma medida, triângulo com ângulo reto e triângulo com todos os lados diferentes.

**22.** Se um triângulo tem os lados 4, x e 8, qual deve ser o maior valor inteiro de x?

- a) 7
- b) 11
- c) 12
- d) 4

**23.** Que ângulo você obtem se somar o dobro de  $22^\circ 40'$  com a terça parte de  $52^\circ 30'$ ?

- a)  $40^\circ 10'$
- b)  $62^\circ 10'$
- c)  $62^\circ 50'$
- d)  $90^\circ$

**24.** Determine o complemento e o suplemento de  $22^\circ 36'$ .

**25.** Determine um ângulo sabendo que a adição entre o triplo de seu complemento e esse mesmo ângulo resulta em  $150^\circ$ .

**26.** Com base nos estudos a cerca de triângulos e quadriláteros, assinale V ou F.

- A) (        ) Os triângulos e trapézios isósceles têm o mesmo número de lados;  
B) (        ) Os triângulos e trapézios isósceles têm o mesmo número de lados congruentes  
C) (        ) A soma dos ângulos internos de um quadrilátero é igual ao dobro da soma dos ângulos internos de um triângulo.  
D) (        ) Os ângulos opostos em um paralelogramo não são congruentes.

**27.** Em um triângulo, seus ângulos internos valem  $x$ ,  $2x$  e  $x + 30^\circ$ , quanto vale o menor ângulo?

- A)  $45^\circ$             B)  $37^\circ 50'$             C)  $37^\circ 30'$             D)  $37^\circ$

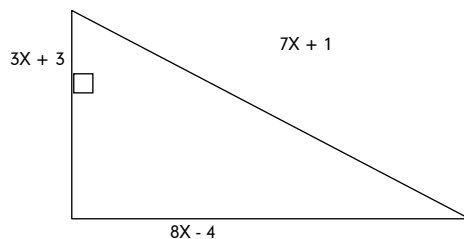
**28.** As medidas dos catetos de um triângulo retângulo medem  $(2 + \sqrt{5})$  cm e  $(-2 + \sqrt{5})$  cm. Calcule a medida da hipotenusa.

**29.** Determinar o perímetro de um losango sabendo que suas diagonais medem 12 cm e 16 cm.

**30.** Um triângulo retângulo tem hipotenusa de 60 cm, e a projeção de um dos catetos sobre ela mede 48 cm. Calcule a altura relativa a hipotenusa.

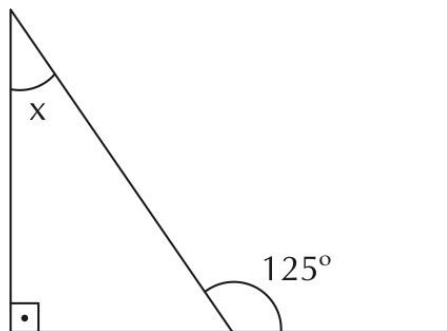
**31.** A altura de um triângulo equilátero mede  $10\sqrt{3}$  cm. Quanto mede o seu lado?

**32.** Determine a medida da hipotenusa e o perímetro do triângulo:

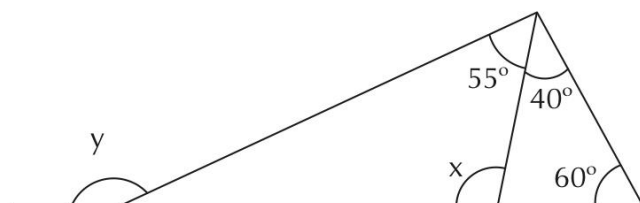


**33.** O perímetro de um triângulo equilátero é 18 cm. Calcule a altura do triângulo.

- 34.** A altura de um triângulo equilátero mede  $8\sqrt{3}$  cm. Calcule o perímetro do triângulo.
- 35.** Um bambu de 32 côvados, erguendo-se verticalmente sobre o terreno horizontal, é quebrado num certo ponto pela força do vento. Sua extremidade vem tocar a terra a 16 côvados do seu pé. A quantos côvados do pé ele se quebrou?
- 36.** A hipotenusa de um triângulo retângulo mede 40 cm e a razão entre os catetos é de  $\frac{3}{4}$ . Calcule as medidas dos catetos.]
- 37.** Um gavião está no alto de uma árvore vertical de 6 m de altura, ao pé da qual fica a toca de uma cobra, que se encontra a 18 m da toca. A cobra também vê o gavião, e corre para a toca. O gavião faz um vôo em linha reta e alcança a cobra antes que ela atinja a toca. Sabendo-se que o gavião voou a mesma distância percorrida pela cobra, diga a quantos metros da toca a cobra foi alcançada.
- 38.** Um robô, percorrendo os lados AB e BC de um quadrado, andou 15 m. Quantos metros andaria a menos se tivesse ido diretamente de A para C?
- 39.** Com base em seus conhecimentos sobre os ângulos de um triângulo, podemos afirmar que o valor de x na figura abaixo é:  
 A)  $35^\circ$       B)  $45^\circ$       C)  $55^\circ$       D)  $60^\circ$



- 40.** Analisando a figura a seguir e aplicando seus conhecimentos acerca dos ângulos internos e externos em um triângulo, temos que  $x + y$  é:





A)  $155^\circ$

B)  $210^\circ$

C)  $255^\circ$

D)  $180^\circ$

**41.** Um triângulo tem dois de seus ângulos medindo  $46^\circ$  e  $112^\circ$ , respectivamente. Qual a medida do terceiro ângulo desse triângulo?

A)  $46^\circ$

B)  $92^\circ$

C)  $112^\circ$

D)  $22^\circ$

**42.** Em um triângulo isósceles o menor ângulo mede  $40^\circ$ , quanto medem os outros ângulos?

A)  $40^\circ$  E  $40^\circ$

B)  $100^\circ$  E  $40^\circ$

C)  $70^\circ$  E  $70^\circ$

D)  $90^\circ$  E  $50^\circ$

**43.** Considere as afirmações:

I – Todo triângulo equilátero é acutângulo.

II – Todo triângulo escaleno é obtusângulo.

III – Um triângulo retângulo pode ser isósceles.

Assinale a opção correta.

A) ( ) todas as afirmações são verdadeiras.

B) ( ) todas as afirmações são falsas.

C) ( ) apenas a afirmação I é verdadeira.

D) ( ) apenas a afirmação III é verdadeira.

E) ( ) apenas a afirmação II é falsa.

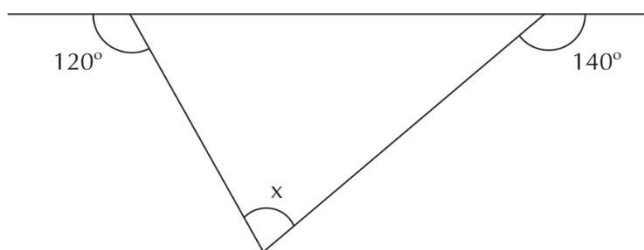
**44.** Aplicando conhecimentos de geometria plana, temos que o valor da incógnita é:

A)  $40^\circ$

B)  $60^\circ$

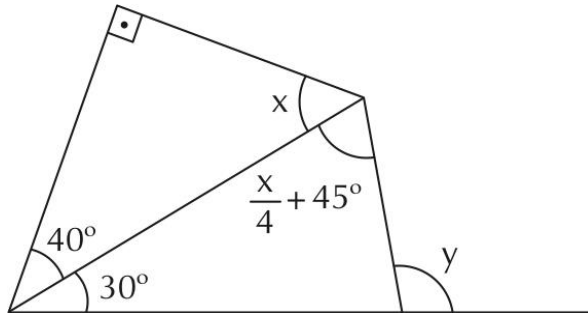
C)  $80^\circ$

D)  $70^\circ$

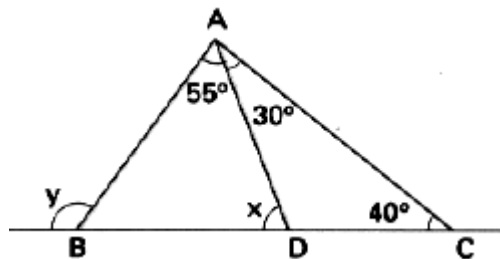


**45.** Analisando a figura a seguir e aplicando seus conhecimentos a cerca dos ângulos internos e externos em um triângulo, temos que  $x + y$  é:

- A)  $90^\circ$                       B)  $87,5^\circ$   
 C)  $75^\circ$                         D)  $100^\circ$



**46.** Determine o valor de cada ângulo desconhecido na figura abaixo



- A)  $X = 110^\circ$  E  $Y = 75^\circ$                       B)  $X = 70^\circ$  E  $Y = 70^\circ$                       C)  $X = 70^\circ$  E  $Y = 55^\circ$   
 D)  $X = 55^\circ$  E  $Y = 70^\circ$                       E)  $X = 180^\circ$   $Y = 90^\circ$

**47.** Em um quadrilátero dois ângulos são retos. Nos outros dois, um é o triplo do outro. Determine cada ângulo.

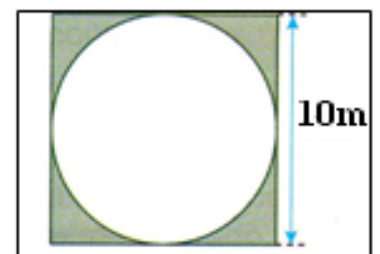
**48.** As medidas dos ângulos internos de um quadrilátero são:  $x + 17^\circ$ ;  $x + 37^\circ$ ;  $x + 45^\circ$  e  $x + 13^\circ$ . Determine cada ângulo desse quadrilátero.

**49.** Faça o desenho de um quadrilátero em que cada ângulo e igual ao anterior acrescido de  $10^\circ$  e descubra quanto vale cada ângulo?

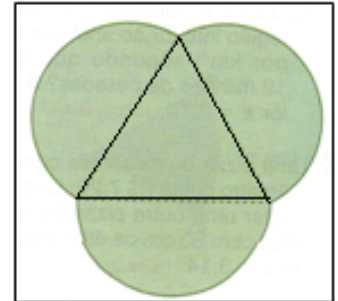
**NÚMERO  $\pi$  (PI).**

Para resolver as atividades a seguir considere  $\pi = 3,14$  e use a seguinte fórmula do comprimento de uma circunferência:  $C = 2 \cdot \pi \cdot r$

- 50.** Uma praça circular tem raio de 65 metros. Qual é o seu comprimento?  
A) 102,05 m      B) 408,2 m      C) 204,1 m      D) 195 m
- 51.** Um menino brinca com um arco de 1,2 m de diâmetro. Considerando  $\pi = 3,14$ , que distância ele percorrerá ao dar 50 voltas com o arco?  
A) 188,4 m      B) 94,2 m      C) 376,8m      D) 1.884 m
- 52.** Quantos quilômetros, aproximadamente, percorre um carro em uma rodovia, sabendo que o diâmetro do pneu é de 50 centímetros e que esse pneu deu 32000 voltas?  
A) 500 km      B) 50 km  
C) 100 km      D) 50.000 km
- 53.** O Relógio das Flores é um presente dado por joalheiros à cidade de Curitiba, em 1972. As flores são mudadas a cada estação do ano. O relógio tem 8 metros de diâmetro e funciona à base de quartzo. Qual o comprimento da circunferência formada pelo relógio?  
A) 25,15      B) 2,8      C) 3,62      D) 35,4
- 54.** Um arquiteto projetou um chafariz circular em uma praça quadrada conforme a figura. Após a execução da obra ele decidiu colocar uma grama artificial na região sombreada. Quantos metros quadrados de grama devem ser colocados?



55. A prefeitura de um município projetou uma praça no centro da cidade com a forma de um triângulo equilátero de 40m de lado, sobre cujos lados são construídas semicircunferências. Qual aproximadamente, em metros quadrados a área dessa praça? (use  $\sqrt{3} = 1,7$  e  $\pi = 3,14$ ).

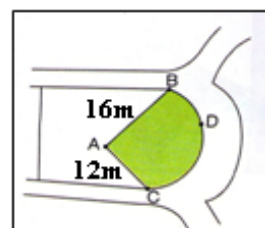


56. (UFMT) Num acidente no litoral brasileiro, o navio Virgínia II sofreu uma fissura no casco atingindo um dos tanques que continha óleo cru. Considere que a mancha provocada pelo vazamento tem a forma de um disco circular de raio  $R$ , em metros, e que o raio cresce em função do tempo  $t$ , em minutos, obedecendo á relação  $R(t) = 16t + 1$ . Sendo  $A$  o valor da área ocupada pela mancha após 5 minutos do início do vazamento, calcule  $\frac{A}{81\pi}$ .

57. Um agricultor leva 3 horas para limpar um terreno circular de 5m de raio. Quanto tempo ele levaria para limpar, mantendo o mesmo ritmo, se o raio do terreno fosse igual a 10m?

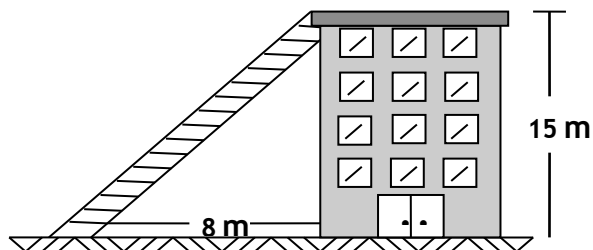
58. (UCSAL) No centro de uma praça circular, de 90m de raio, foi montado um tablado, também circular e com 12m de raio, no qual se realizou o espetáculo musical. Considerando que todas as pessoas que foram ao espetáculo restringiram-se á faixa da praça exterior ao tablado, que teve uma ocupação média de 4 pessoas por metro quadrado, quantas pessoas, aproximadamente, estiveram presentes a esse espetáculo? (Use  $\pi = 3,14$ )

59. (UNIFOR) Na planta, a região sombreada é limitada por uma semicircunferência indicada por BDC e dois segmentos de reta perpendiculares entre si em A. Se os segmentos têm as medidas indicadas, qual é aproximadamente a área dessa região? (Use  $\pi = 3,14$ ).

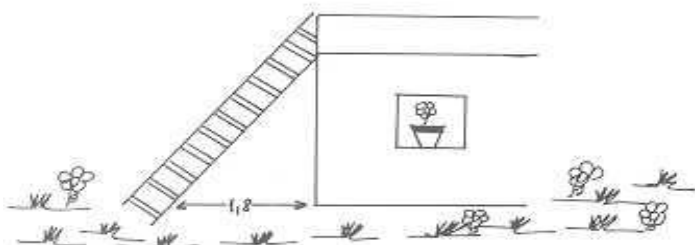


**60.** A figura mostra um edifício que tem 15 m de altura, com uma escada colocada a 8 m de sua base ligada ao topo do edifício. O comprimento dessa escada é de:

- A) 12 m.
- B) 30 m.
- C) 15 m.
- D) 17 m.
- E) 20 m.



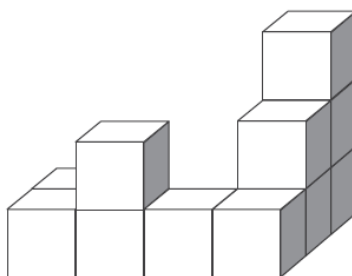
**61.** Para executar um serviço, o trabalhador apoiou na laje de sua casa a escada de 4,3 m de comprimento como mostra o esquema abaixo:



A base da escada, apoiada sobre um piso horizontal está afastada 1,8 m da parede. Qual é a altura aproximada da construção?

**62.**

Observe a figura



O menor número de cubinhos que devem ser agregados ao sólido da figura, para obtermos um cubo maciço, é:

- a) 48
- b) 49
- c) 52
- d) 53
- e) 56

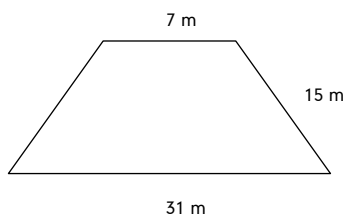
- 63.** A figura seguinte mostra um modelo de sombrinha muito usado em países orientais.



Disponível em: <http://mdmat.psico.ufrgs.br>. Acesso em: 1 maio 2010.

Esta figura é uma representação de uma superfície de revolução chamada de

- A) pirâmide.
  - B) semiesfera.
  - C) cilindro.
  - D) tronco de cone.
  - E) cone.
- 64.** Num paralelogramo, a medida de um lado é  $\frac{2}{3}$  da medida do outro. Sabendo que seu perímetro é 120 cm, calcule o comprimento de cada lado.
- 65.** Num trapézio retângulo, o menor ângulo é  $\frac{5}{7}$  do maior. Determine a medida dos seus ângulos internos.
- 66.** Qual é a área de um losango cujas diagonais medem juntas 30 cm, sendo uma delas o dobro da outra?
- 67.** Um pátio em forma de trapézio isósceles, cujas dimensões estão indicadas na figura, deve ser cimentado. Sendo R\$ 200 o preço do metro quadrado cimentado, qual será o custo final da obra em reais?



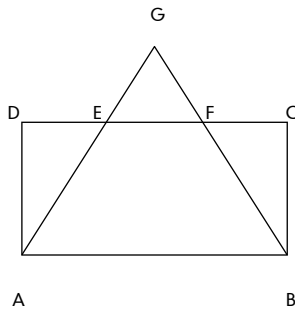
- 68.** As diagonais de um quadrilátero convexo são perpendiculares e medem 12 cm e 18 cm. Qual a área do quadrilátero?

**69.** Uma folha retangular de cartolina mede 35 cm de largura por 75 cm de comprimento. Dos 4 cantos da folha são cortados 4 quadrados iguais, sendo que o lado de cada um desses quadrados mede  $x$  cm de comprimento.

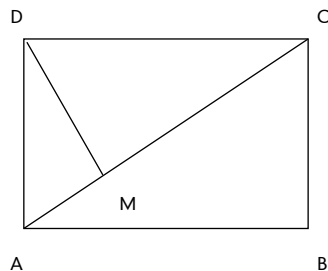
a) Calcule a área do retângulo inicial.

b) Calcule  $x$  de modo que a área da figura obtida, após o corte dos 4 cantos, seja igual a  $1725 \text{ cm}^2$ .

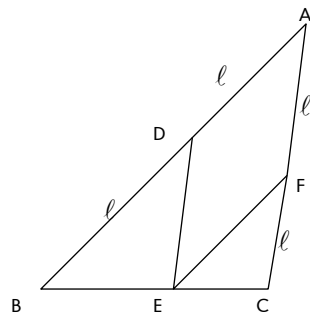
**70.** Na figura, ABCD é um retângulo.  $AB = 4$ ,  $BC = 1$  e  $DE = EF = FC$ . Calcule BG.



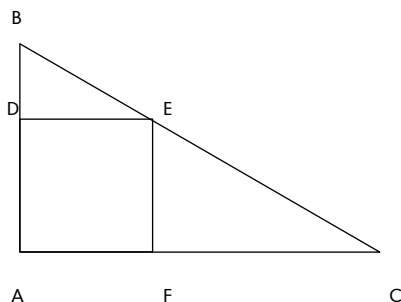
**71.** No retângulo ABCD de lados  $AB = 4$  e  $BC = 3$ , o segmento DM é perpendicular a diagonal AC. Quanto mede o segmento AM?



**72.** O losango ADEF está inscrito no triângulo ABC, como mostra a figura. Se  $AB = 12 \text{ m}$ ,  $BC = 8 \text{ m}$  e  $AC = 6 \text{ m}$ , calcule a medida do lado do losango.



- 73.** Na figura, o triângulo ABC é retângulo em A, ADEF é um quadrado,  $AB = 1$  e  $AC = 3$ . Quanto mede o lado do quadrado?

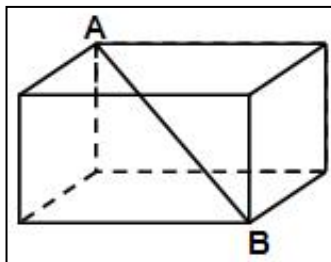


- 74.** UFG- O perímetro de um triângulo isósceles de 3 cm de altura é 18 cm. Calcule os lados desse triângulo em cm.

- 75.** Num paralelepípedo retângulo, as dimensões são números inteiros e consecutivos.

Se a aresta menor mede 3dm, calcule:

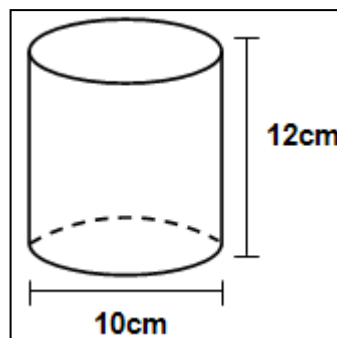
- a) a área total;



- b) o volume do paralelepípedo.

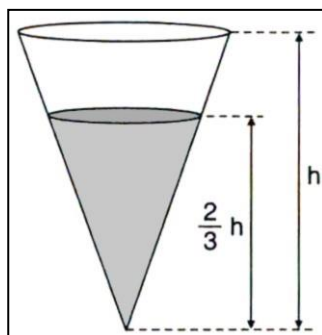
- 76.** Uma lata cilíndrica tem sua base com 10 cm de diâmetro e altura 12cm. Determine sua área total e seu volume.

(Use  $\pi = 3$ )





- 77.** Um copo de papel, em forma de cone circular reto, tem em seu interior 200 ml de chá-mate, ocupando  $\frac{2}{3}$  de sua altura, conforme mostra a figura abaixo.



Qual é a capacidade desse copo, em mililitros?

- 78.** Considere uma pirâmide regular de base quadrada. Sabendo que o perímetro da base mede 48cm e a altura da pirâmide mede 8cm, calcule seu volume.

- 79.** A área lateral de um cone reto é  $24\pi \text{ cm}^2$  e o raio de sua base é 4 cm. Qual é a área total e o volume do cone?

- 80.** Um copo de papel, em forma de cone, é formado enrolando-se um semicírculo que tem um raio de 12 cm. O volume do copo é de, aproximadamente:

- a)  $390 \text{ cm}^3$
- b)  $350 \text{ cm}^3$
- c)  $300 \text{ cm}^3$
- d)  $260 \text{ cm}^3$
- e)  $230 \text{ cm}^3$



Ao Senhor sejam dadas a honra, a glória e o poder para todo o sempre!

