

CNSD 2024 - Matemática

3º ano. Análise Combinatória

Exercícios de alinhamento – Lista 1

1. Pablo Marçal tem 6 carros importados. De quantas formas diferentes ele pode guardar cada carro em sua garagem. Considerando que ele vai guardar sozinho, um de cada vez, todos de ré (pois só sai de casa de frente)?

Permutação: $P_6 = 6! = 720$

2. Wemerson Oliveira tem 1 bicicleta. Ele pretende ir pedalando a 3 locais diferentes. Se são 9 locais disponíveis para esse passeio, quantas combinações possíveis ele pode fazer?

Combinação Simples. $C_{9,3} = 9! / 3!.6! \gg 9.8.7.6! / 3.2.6! = 9.8.7/6 \gg 84$

3. Hércules viu 8 alunos na Biblioteca. Ele precisa de 4 destes para ajudar a carregar uma mesa. Chamando-os aleatoriamente, de quantas maneiras possíveis esse grupo pode ser formado?

Combinação Simples. $C_{8,4} = 8! / 4!.4! \gg 8.7.6.5.4! / 24.4! = 70$

4. Todos gostam de Miojo, certo?

Caso você queira escrever novas palavras com as letras desse saboroso alimento, qual o máximo de palavras distintas você encontraria?

Esse tipo de combinação é chamado de PERMUTAÇÃO.

E, como a palavra Miojo tem letra que se repete: letra o, então é PERMUTAÇÃO COM REPETIÇÃO.

Disso temos 5 letras, com repetição 2. $P_{5,2} = 5! / 2! = 120 / 2 = 60$

5. Max pretende guardar 9 livros em uma mesma fileira em sua estante. Sendo 4 livros de Português, 3 de Literatura e 2 de história do Rock and Roll.

a) De quantas formas distintas ele pode dispor esses livros?

b) De quantas formas distintas ele pode dispor, de modo de cada categoria fique junta?

a) Permutação distinta de 9 livros. Fica $P_9 = 9! = 362.880$

b) Primeiramente vamos considerar que há 1 bloco formado por 3 categorias (P: Português, L: Literatura, R: Rock). Logo 3!. Ou seja, podemos ter PLR, PRL.....

Em seguida, fazemos a permutação de cada bloco:

Português: 4 livros = 4!

Literatura: 3 livros = 3!

Rock: 2 Livros = 2!

E a resposta final será dada por um PFC dos blocos possíveis: $3!.4!.3!.2! = 6.24.6.2 = 1.728$

6. Permutar, entre outras palavras, é o mesmo que mudar a ordem e posição. Organizando uma fila de 7 alunos, de quantas formas podemos fazer isso?

Mais um caso de Permutação Simples: $P_7 = 7!$

7. Qual o valor de n em:

a) $(n - 1)! = 120$

Escrevendo 120 na forma fatorial, temos $120 = 5!$

$(n - 1)! = 5! \gg n - 1 = 5 \gg n = 6$

b) $(n)! / (n - 1)! + 4! = 2n$

Desenvolve e corta!

~~$n \cdot (n - 1)! / (n - 1)! + 24 = 2n$~~ $\gg n + 24 = 2n$
 $\gg n = 24$

8. 6 pessoas disputam uma vaga, para gerente e subgerente. O que obtiver nota ocupa o cargo principal. Entre estes que disputavam, quantas combinações são possíveis?

Arranjo Simples: A ordem importa.

$A_{6,2} = 6! / 4! = 6 \cdot 5 = 30$

9. Patrícia Maria (@patriciamaria20) vai gravar vídeos para a sua página no Instagram. Nesse vídeo ela vai combinar 5 saias, 4 tipos de calçados, 3 acessórios e usar a mesma blusa preta. Considerando que ela gasta, em média, 5 minutos para gravar cada vídeo, com cada combinação diferente possível, quanto tempo será gasto?

Vamos resolver pelo PFC: $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1 = 60$ (total de combinações).

Sendo 5 minutos para cada combinação: $5 \times 60 = 300$ minutos. Ou seja, 5 horas.

10. A estudante Liz precisa fazer uma senha de 4 códigos. O primeiro código é uma letra de seu nome. Os demais são números pares distintos. Quantas senhas são possíveis?

Vamos usar PFC, com condições especiais.

4 códigos = 4 casas.

1ª casa: 3 (letras do nome)

2ª casa: 5 (algarismos pares)

3ª casa: 4 (algarismos pares, exceto o da primeira casa)

4ª casa: 3 (pares)

Logo: $3 \times 5 \times 4 \times 3 = 180$